

Traitement d'une information analogique

Spectre de fréquence

1. Présentation

Jean Baptiste Joseph Fourier est un mathématicien et physicien français né le 21 mars 1768 à Auxerre et mort le 16 mai 1830 à Paris. Il est connu pour ses travaux sur la décomposition de fonctions périodiques en séries trigonométriques convergentes appelées séries de Fourier et leur application au problème de la propagation de la chaleur.

2. Rappel (signal analogique)

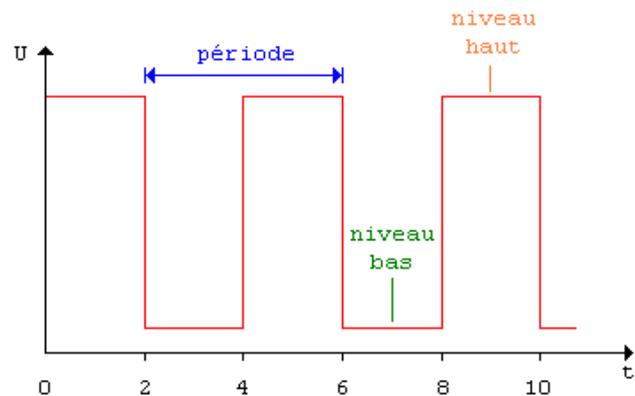
a. définition

Le terme analogique désigne les phénomènes, appareils électroniques, composants électroniques et instruments de mesure qui représentent une information par la variation d'une grandeur physique (ex. une tension électrique).

b. Signal analogique

C'est un signal dont la valeur de sortie évolue proportionnellement à la valeur d'entrée.

Exemple : Capteur à effet hall



La fréquence du signal est proportionnelle à la fréquence de rotation du capteur

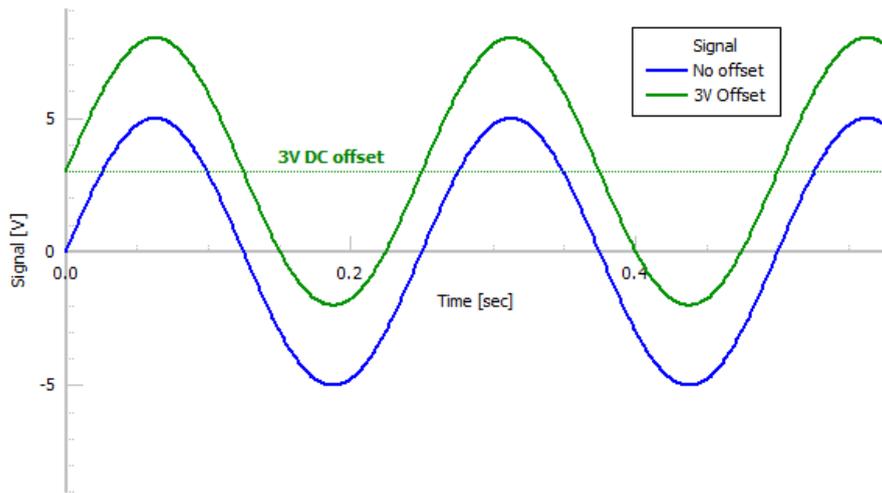
c. Caractéristiques d'un signal

- Signal sinusoïdal

Un signal sinusoïdal est caractérisé par son amplitude maximale et sa fréquence. Il peut se mettre sous la forme :

$$a = A \sin(2\pi ft + \varphi) + C$$

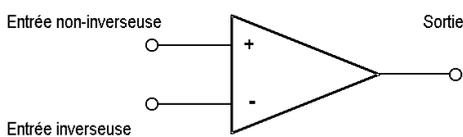
A : amplitude maximale
 f : fréquence du signal
 t : le temps
 φ : déphasage par rapport au temps
 C : Offset, décalage par rapport à l'axe des ordonnées
 $2\pi f$ est la pulsation du signal en radian/seconde



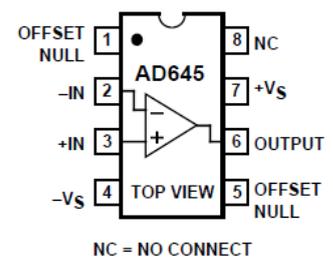
d. Amplificateur opérationnel

Un amplificateur opérationnel (aussi dénommé ampli-op ou ampli op, AO, AOP, ALI ou AIL) est un amplificateur différentiel : c'est un amplificateur électronique qui amplifie une différence de potentiel électrique présente à ses entrées.

Il a été initialement conçu pour effectuer des opérations mathématiques dans les calculateurs analogiques : il permettait de modéliser les opérations mathématiques de base comme l'addition, la soustraction, l'intégration, la dérivation et d'autres. Par la suite, l'amplificateur opérationnel est utilisé dans bien d'autres applications comme la commande de moteurs, la régulation de tension, les sources de courants ou encore les oscillateurs.



Symbole simplifié

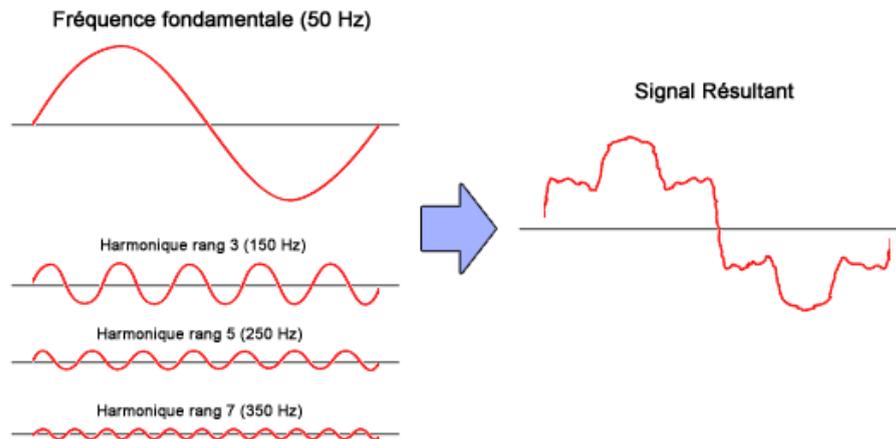


3. Analyse de Fourier :

- Décomposition harmonique : toute fonction périodique (son musical) peut être décomposé en une somme (infinie) de fonctions sinus et cosinus.

Un signal est la somme de plusieurs sinusoïdes d'amplitude différentes, et décalées en phase, appelées : harmoniques (de rang n); la fréquence de chaque fonction est un multiple de la fréquence f du signal (**fréquence fondamentale**)

$$y_n(t) = a_0 + (a_1 \cos t + a_1 \sin t) + (a_2 \cos 2t + a_2 \sin 2t) + \dots + (a_n \cos nt + a_n \sin nt)$$



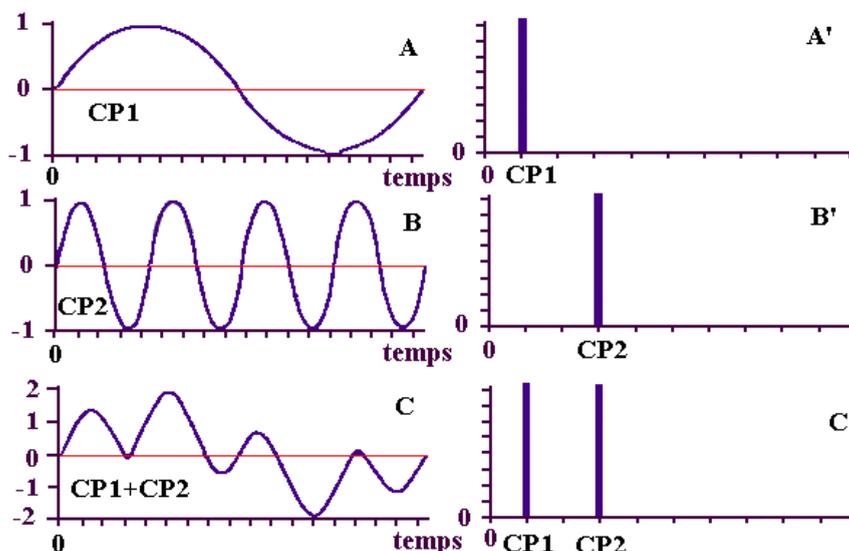
Intérêt : il est plus facile de connaître les propriétés de la fonction résultante en analysant les propriétés de chacune des composantes ; de plus, connaître un nombre limité de composantes suffit à bien représenter le signal.

4. Analyse spectrale :

Elle recouvre plusieurs techniques de description de ces signaux dans le domaine des fréquences. Elle permet en particulier d'obtenir les caractéristiques de la réponse d'un système linéaire en utilisant une fonction de transfert. En mathématiques, l'analyse harmonique correspond à une partie de ces techniques.

Le développement en série de Fourier d'un enregistrement de durée T associe à celui-ci des sinusoïdes d'amplitudes finies et de fréquences multiples de la fréquence du fondamental. On parle d'un spectre d'amplitude qui est un spectre de raies. Dans le cas général, le résultat de l'analyse peut s'exprimer en amplitudes et phases.

Diagramme Fréquence-Amplitude : **spectre en amplitude** (en abscisse les fréquences des différentes harmoniques, en ordonnée leur amplitude)



5. Acuité auditive

- Bande passante de l'oreille humaine

Si en théorie l'oreille humaine est censée percevoir des fréquences comprises entre 20 Hz et 20 000 Hz, en réalité l'expérience montre qu'il n'y a pas deux individus qui entendent les mêmes choses. Pour déterminer les limites de perception de l'oreille, on doit passer un test audiométrique. Ce test détermine quelles fréquences (mesurées en hertz) on entend et en dessous de quelles intensités (mesurées en décibels) on ne les perçoit pas. On obtient ainsi une courbe audiométrique.

On sait que lorsque l'âge augmente, la perception des fréquences aiguës diminue. Cependant, à l'âge d'une oreille parfaitement intègre (de 0 à 30 ans), la fréquence maximale audible est imprévisible. Certaines personnes ne perçoivent rien au-delà de 8 000 Hz, d'autres entendent jusqu'à 25 000 Hz.

Il en est de même pour les basses fréquences, la variabilité d'un individu à l'autre allant de 10 à 30 Hz.

Paradoxalement, les tests d'audiométrie négligent ces extrémités de la bande de fréquence, se limitant à une auscultation de la bande comprise entre 125 et 8 000 Hz.

La normalisation des appareils de haute-fidélité s'est également arrêtée à une bande passante standard de 20 Hz-20 000-Hz.

- Seuil d'audibilité

Le seuil d'audibilité (ou seuil d'audition) correspond, pour des sons purs à différentes fréquences, au plus petit niveau sonore audible.

La perception sonore, qui est une donnée subjective, se mesure en phones ou en sones, contrairement à l'intensité sonore qui se mesure en décibels (dB) SPL (pour Sound Pressure Level). Globalement, pour des sons purs aux fréquences dites moyennes (1000 - 4 000 Hz), 10 dB-SPL supplémentaires correspondent à peu près à un doublement de la phonie, c'est-à-dire à un son subjectivement deux fois plus fort. Ceci n'est plus vrai aux fréquences extrêmes, pour lesquelles il faut augmenter l'intensité davantage, ni pour les sons déjà forts (> 120 dB-SPL), lorsque la perception confine à la douleur, où se manifeste un effet de compression.

6. Domaine d'utilisation

<http://www.robertix.com/telechargements/audio-numerique.pdf>

- Etude spectrale d'un son audio et traitement

- Les sons et leur perception:

- Les performances de l'oreille :

On appelle son tout message naturel ou provoqué perçu par l'intermédiaire du sens de l'ouïe.

Physiquement, le son s'analyse comme une variation de pression au voisinage de l'oreille, cette onde de pression se propageant de sa source jusqu'à l'oreille avec une célérité de $c=340\text{m/s}$ environ.

Un son est caractérisé par :

- Son niveau ou intensité
- Sa hauteur liée à la fréquence de son fondamental
- Son timbre lié à sa composition spectrale

L'intensité d'un son se mesure en Watts/m².

Le son le plus faible que l'oreille puisse entendre a une intensité I_0 de :

$$I_0 = 10\text{-}12 \text{ W/m}^2 \text{ pour un signal de fréquence } 1 \text{ kHz}$$

Les sons les plus intenses que l'oreille puisse supporter ont une énergie de 100 W/m².

La gamme d'intensité s'étend donc sur 14 décades, ce qui est considérable.

C'est pour cela qu'on utilise souvent une échelle logarithmique pour exprimer l'intensité d'un son en dB par rapport au niveau de référence I_0 précédent :

$$I \text{ en dB} = 10\log(I/I_0)$$

- Analyse spectrale et timbre d'un son :

Le signal le plus simple du point de vue contenu fréquentiel est un signal sinusoïdal comme :

$$x(t) = E\sin(\omega t) \text{ car il ne contient qu'une seule fréquence } f = \omega/2\pi$$

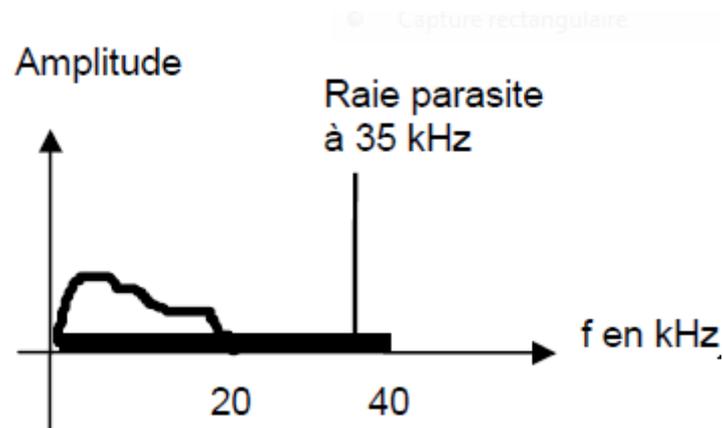
Un signal parlé ou musical est plus complexe puisque son allure varie au cours du temps. Il contient des fréquences graves, moyennes et aiguës. On dit que son spectre s'étend de 20 Hz à 20 kHz et varie en permanence entre ces deux limites.

La répartition et les amplitudes des harmoniques ont une importance fondamentale en musique puisque c'est cela qui définit le timbre d'un instrument.

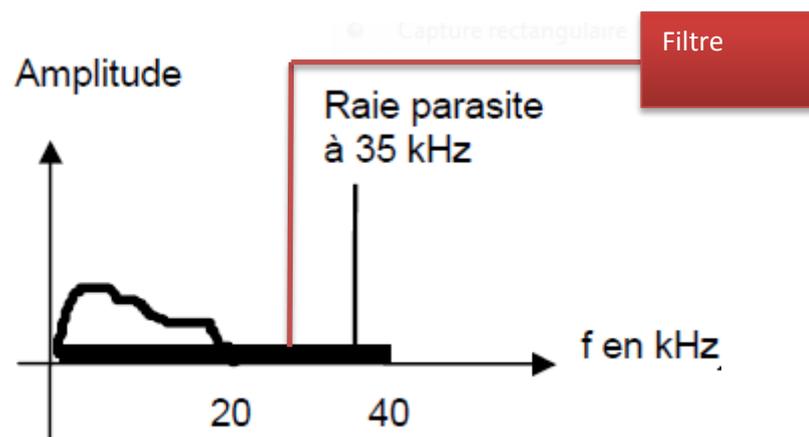
Le son d'un violon est différent de celui de la trompette et de l'orgue parce que les spectres de ces 3 instruments ont une composition en harmoniques différente.

- Traitement du signal

On a enregistré un signal sonore d'un concert de piano dont la fréquence évolue de 20Hz à 20 KHz. Lors de l'analyse spectrale on s'aperçoit d'un son parasite de fréquence 35 KHz.



Pour supprimer le signal parasite on va utiliser un filtre passe bas de fréquence de coupure de 30 KHz.



- Calcul des composantes R et C

La fréquence de coupure est égale à $\frac{1}{2 \times \pi \times R \times C}$ soit 35 KHz

On prendra une résistance de 2KOhms pour éviter de consommer du courant

$$D'où C = \frac{1}{2 \times \pi \times R \times f_c}$$